کیلکولس

ترجمہ: قدیر قریشی

اگست 18، 2016

کائنات کے بنیادی قوانین صرف ریاضی کی زبان میں ہی سمجھے جاسکتے ہیں اور اس زبان کو سمجھنے کی کنجی کیلکولس میں ہے جو ہمیں فطرت کی اصل خوبصورتی کو پہچاننے میں مدد دیتی ہے – مثال کے طور پر کیلکولس کی مدد سے ہم جدید فزکس کی پیش گوئیاں کر پاتے ہیں

-اس گراف میں variable Y سپیس میں فاصلے کو ظاہر کرتا ہے جس ایک جسم طے کرتا ہے جبکہ variable X وقت کو ظاہر کرتا ہے – ارغوانی یعنی purple رنگ کی لائن سپیس اور وقت میں تعلق کو ظاہر کرتی ہے یعنی یہ لائن یہ بتلاتی ہے کہ کسی بھی وقت وہ شے سپیس میں کس مقام پر ہے - آئیے یہ دیکھتے ہیں کہ وقت کی ایک اکائی میں گراف کیا دکھا رہا ہے – وقت کی ایک اکائی میں طے شدہ فاصلے کو اس جسم کی رفتار کہا جاتا ہے – یہاں رفتار کو سبز رنگ کی مستطیل سے ظاہر کیا گیا ہے – فرض کیجیے کہ ہم تمام سبز مستطیل ٹکڑوں کے رقبے کا مجموعہ نکالتے ہیں – یہ رقبہ اس فاصلے کے برابر ہوگا جو اس جسم نے طے کیا ہے – اب ایک اور مثال لیتے ہیں – اس بار پھر ہم وقت کی ایک اکائی کو لیتے ہیں – اس صورت میں بھی وقت کی ایک اکائی میں طے شدہ فاصلہ اس جسم کی رفتار کہلائے گا - کل فاصلہ اب بھی ان تمام مستطیلوں کے مجموعی رقبے کے برابر ہوگا –

t-5:00 ابھی تک ہم نے صرف وہ مثالیں دی ہیں جن میں اجسام ایک مستقل رفتار سے سفر کرتے ہیں – اب ہم ایسی مثال لیتے ہیں جس میں نہ صرف رفتار تبدیل ہورہی ہے بلکہ جسم بعض اوقات پیچے کی طرف بھی حرکت کرنے لگتا ہے – یہاں بھی رفتار کو مستطیل سے ظاہر کیا جاسکتا ہے – اس گراف سے ظاہر ہے کہ اب رفتار مستقل نہیں ہے بلکہ ہر لمحے تبدیل ہورہی ہے – منفی رفتار کو پیلی مستطیل سے ظاہر کیا گیا ہے – منفی رفتار کا مطلب صرف یہ ہے کہ جسم پیچھے کی طرف حرکت کر رہا ہے – آئیے ایک بار پھر ان تمام مستطیلوں کے رقبے کو جمع کرتے ہیں – چونکہ پیلی مستطیل منفی رفتار کو ظاہر کرتی ہے اس لیے ایک پیلی مستطیل ایک purple مستطیل کو زائل کر دیتی ہے – اس طرح جو رقبہ بچ رہتا ہے وہ کل طے شدہ فاصلے کو ظاہر کرتا ہے

t-7:45 آئیے اب اس جسم کی رفتار کے گراف کو تبدیل کرتے ہیں – پہلے فاصلے اور وقت کے گراف میں بہت سے نوکیلے حصے تھے لیکن اب یہ گراف ہموار اور مسلسل ہے یعنی اس میں کوئی تبدیلی اچانک نہیں آرہی – آئیے ایک بار پھر ان مستطیلوں کا کل رقبہ دیکھیں – گراف خواہ کسی بھی قسم کا ہو، ان مستطیلوں کا مجموعہ ہمیشہ طے شدہ فاصلے کے برابر ہوگا – یہ کیلکولس کا ایک بنیادی مسئلہ یا تھیورم ہے – فرض کیجیے کہ ہم وقت کو بہت سے چھوٹے چھوٹے وقفوں میں تقسیم کر دیتے ہیں اور ایک وقفے کو DX کا نام دیتے ہیں – اس وقفے کے دوران طے شدہ فاصلے کو ہم DY کا نام دیتے ہیں – اس صورت میں طے شدہ فاصلے کو وقت پر تقسیم کرنے سے ہم جسم کی رفتار معلوم کر سکتے ہیں – گویا جسم کی رفتار DY/DX ہوگی – چنانچہ ہم رفتار کو DY/DX کہہ سکتے ہیں اور اسے Y کا X کی نسبت سے derivative کہا جاتا ہے – اگر ہم اس سفید لائن کو بڑھا دیں تو DY/DX اس لائن کی لمحہ بہ لمحہ سلوپ ہوگی – جیسے جیسے سلوپ بڑھے گی، ویسے ویسے DY/DX کی مقدار بھی بڑھے گی – جب سفید لائن افقی ہوگی تو اس کی سلوپ صفر ہوجائے گی – جب کوئ جسم پیچھے کی طرف حرکت کرے گا تو یہ سلوپ منفی ہوجائے گی

t-11:30 اب ہم ایسی مثال لیتے ہیں جس میں رفتار میں یکدم اضافہ ہوتا ہو – اس صورت میں purple لائن ہموار نہیں ہوگی بلکہ اس میں نوکیلے کنارے دیکھنے کو ملیں گے – جب ہم اس گراف کے کسی نوکیلے کنارے سے گذرتے ہیں تو اس کی سلوپ یعنی DY/DX میں اچانک بہت زیادہ تبدیلی آتی ہے – اس کے برعکس اب ہم یہ مثال دیکھتے ہیں جس میں رفتار میں تبدیلی آہستہ آہستہ رونما ہوتی ہے - اب ہم DY/DX کو ایک نیا نام دے سکتے ہیں اور اسے X کا فنکشن F یا f(x) (ایف آف ایکس) پکارتے ہیں - X کی ہر مقدار کے لیے ایک متماثل مقدار f(x) کی ہے – پیلے رنگ کی تکون کے لیے f(x) کی مقدار منفی ہے

t-14:30 بہت ہی مختصر وقت میں طے شدہ فاصلہ جاننے کے لیے ہم رفتار کو وقت سے ضرب دیتے ہیں - چنانچہ اس صورت میں فاصلہ DY/DX * DX ہوگا – چونکہ DY/DX کو f(X) بھی کہا جاتا ہے اس لیے اس فاصلے کی مساوات کو f(X) * DX بھی لکھا جاسکتا ہے – یہی مساوات یعنی f(X) * DX اس مستطیل کا رقبہ بھی بتلاتی ہے جو اس وقت کی اکائی اور رفتار کی مقدار سے بنتی ہے – چنانچہ اس مستطیل کا رقبہ اس وقت کی اکائی کے دوران طے کیے گئے فاصلے کو ظاہر کرتا ہے اور یہ رقبہ f(x) * dx ہے – اس تمام گراف کا رقبہ تمام انفرادی مستطیلوں کے رقبے کے مجموعے کے برابر ہے – دوسرے الفاظ میں تمام گراف کا رقبہ f(x) * Dx کی مختلف مقداروں کا مجموعہ ہے – f(x) * Dx کی تمام مقداروں کے مجموعے کو اس علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اسے f(x) کا integral کہا جاتا ہے – یعنی f(x) کا integral اس گراف کے کل رقبے کو ظاہر کرتا ہے جس میں پیلی مستطیل کا رقبہ منفی ہے –

t-17:30 اب ہم گراف کے اس حصے کا رقبہ معلوم کرنا چاہتے ہیں جو X=0 اور x=10 کے درمیان واقع ہے – اسے ہم اس طرح دکھاتے ہیں اور اسے f(x) کا صفر اور 10 کے درمیان integral کہا جاتا ہے – اگر ہم کسی جسم کی رفتار کا وقت کے ساتھ گراف بنائیں تو اس گراف کا integral ہمیشہ طے کیے گیے فاصلے کے برابر ہوگا – یہ کیلکولیس کا ایک بنیادی مسئلہ یا تھیورم ہے – یہ فارمولہ ایک بنیادی فارمولہ ہے جو کائنات کی کسی بھی شے کو سمجھنے کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے – یہ ریاضی کی وہ زبان ہے جس میں کائنات کے بنیادی قوانین لکھے جاتے ہیں